自然科学

パラドキシカルな文を扱える非標準論理体系の研究

専門分野	その他（論理学）	キーワード	形式論理学　ブール代数　対象言語とメタ言語 排中律　矛盾律

研究目的・概要

ブールやフレーゲが注目した真と偽の２つの真理値のみを持つ 2 値論理を標準論理と呼び、それ以外の諸々の変種の論理を非標準論理と呼んでいる。標準論理は論理の基礎であり、任意の命題Aに対して、（１）同一律：“Aは（常に）A である”、（２）排中律：“A または¬A（A の否定）（の何れか）である”および（３）矛盾律：“（同時には）A かつ¬A（A の否定）でない”が成り立つので理想化された論理と云えるが、実用面でもコンピュータの仕組み（2 進数）に応用されている。

しかし、次のようなパラドキシカルな文が存在し、標準論理の枠組みで扱えないと云う問題がある。

例１　　“この文は正しくない。”

例２　　A さん：　“B さんの云うことは正しくない。”

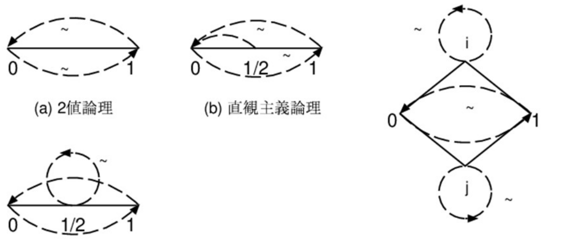
　　　　B さん：　“A さんの云うことは正しい。”

今、例１の文を記号 A で表すと、例１が述べている“A は正しくない（¬A）”が A 自身と論理的に等価になり、A≡¬A が成り立つがこれは矛盾である。例２についても同様に A≡¬B かつ B≡A より、B≡¬B が成り立つので矛盾が生じる。このような矛盾が生じるパラドキシカルな文については種々の解釈が存在する。１つはパラドキシカルな文を無意味な文として全く認めない考えである。しかし、パラドキシカルな文は特殊な文ではなく、言語使用の中でごく普通に現れるので何らかの正当な解釈を必要とする。他の解釈法として、文を表現する言語（対象言語）とその文の正しさを議論する言語（メタ言語）を峻別する言語階層説がある。この説に従うと、例１では A と A は正しくない（¬A）は言語の階層が異なるので論理的同値性 A≡¬A を議論できず、矛盾は生じない。この他の解釈法として、２値（真と偽）以上の論理値（3 値：真と偽と中間、４値：真と偽と真かつ偽と真または偽）に基づいた論理的枠組みを使用する説がある。

本研究では、標準論理の基本的性質の１つである同一律：“A は（常に）A である”を仮定しない論理的体系を提案し、併せてその意味論的解釈を導入し両者の間の１対１対応関係を完全性定理として証明した。最初に２つの文の関係を表す表現として、ペア文（A^i，B^j）を導入した。この表現の意味は、“ステージ番号 i での文 A はステージ番号 j での文 B を参照している”、ことを表す。例えば例１は、（A^0，$\neg A^1$）と表せる。この意味は、“ステージ番号 0 での A はステージ番号 1 での¬A を参照している”を示している。このペア文の導入により、矛盾する論理的同値性 A≡¬A を異なるステージ間の参照関係（A^0，$\neg A^1$）として論理的に扱うことを可能にした。また、このステージ番号の導入により、（A^0，$\neg A^1$）の A を¬A で置換すると（$\neg A^1$，$\neg\neg A^2$）が得られ、両者から推移律により（A^0, $\neg\neg A^2$）が導かれる。よって、二重否定律（A^2, $\neg\neg A^2$）を仮定すると例１のタイプのパラドキシカルな文は周期２で元の A に戻ることが分かる。

従来の標準論理で仮定していた同一律：“A は（常に）A である”は、（A^0，A^0）のペア文で表現できるのでステージ番号を無視する（0 に固定する）時には、従来の標準論理が得られる。その意味で本研究が提案する論理は従来論理の保存的拡大になっている。

今後の課題としては、ペア文（A^i，B^j）の複素形真理値を導入して吟味することで、他の種々の論理体系の振る舞いを共通の体系上で比較検討することが考えられる。



(a) 2値論理　(b) 直観主義論理　(d) 3値論理　(c) ド・モルガン論理

経営情報学部　情報システム学科
石井　忠夫　教授
HP https://www.nuis.ac.jp/teacher_isii/
Researchmap https://researchmap.jp/read0195468

担当科目：論理と数理、線形数学、オブジェクト指向開発概論